

## 2 Propietats de les circumferències

### 2.1 Potència d'un punt

**Definició 2.1.** L'ARC CAPAÇ d'un segment  $AB$  i d'un angle donat  $\alpha$  és el lloc geomètric de punts  $P$  tals que  $\angle APB = \alpha$ .

**Proposició 2.2.** Considerem una circumferència de centre  $O$  amb una corda  $AB$  que delimita un segment circular. Sigui  $P$  un punt de la circumferència. Aleshores, si  $P$  no es troba al segment circular,  $\angle AOB = 2\angle APB$ ; si  $P$  es troba al segment circular,  $\angle BOA = 2\angle APB$ .

**Corol·lari 2.3.** Sigui  $AB$  el diàmetre d'una circumferència, i  $P$  un punt de la circumferència. Aleshores,  $\angle ABP = 90^\circ$ .

**Corol·lari 2.4.** L'arc capaç del segment  $AB$  i angle  $\alpha$  són dos arcs de circumferència.

**Proposició 2.5.** Un quadrilàter simple és cíclic si i només si dos angles oposats sumen  $180^\circ$ .

**Definició 2.6.** Considerem un punt  $P$ , una circumferència  $\mathcal{C}$  i una recta  $a$  per  $P$  que talla la circumferència en dos punts  $A_1, A_2$  (iguals o diferents). Aleshores, la POTÈNCIA del punt  $P$  respecte  $\mathcal{C}$  i  $r$  és  $PA_1 \cdot PA_2$ .

**Proposició 2.7.** La potència d'un punt  $P$  per una circumferència  $\mathcal{C}$  no depèn de la recta escollida.

### 2.2 Centre radical

**Definició 2.8.** Donades dues circumferències  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ , el seu EIX RADICAL és el lloc geomètric dels punts que tenen la mateixa potència amb signe respecte a les circumferències.

**Proposició 2.9.** L'eix radical de dues circumferències no concèntriques és una recta perpendicular al segment que uneix els seus centres.

**Definició 2.10.** Donades tres circumferències  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$ , el seu CENTRE RADICAL és el lloc geomètric dels punts que tenen la mateixa potència amb signe respecte a les circumferències.

**Proposició 2.11.** El centre radical de  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$ , és la intersecció de l'eix radical de  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$  amb l'eix radical de  $\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$ .

### 2.3 Àrea del cercle

**Definició 2.12.** Donada una circumferència  $\mathcal{C}$ , anomenarem

- $d_{\mathcal{C}}$  la longitud de qualsevol diàmetre.
- $L_{\mathcal{C}}$  a la longitud recorreguda al llarg de la circumferència.
- $\pi_{\mathcal{C}} = \frac{L_{\mathcal{C}}}{d_{\mathcal{C}}}$  a la seva constant de proporcionalitat.

**Proposició 2.13.** Donades dues circumferències  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ , aleshores  $\pi_{\mathcal{C}_1} = \pi_{\mathcal{C}_2}$ .

**Proposició 2.14.** L'àrea d'un cercle de radi  $r$  és  $A = \pi \cdot r^2$ .