

6 Construccions amb regla i compàs

Exercici 6.1. A partir de les construccions elementals, feu les següents construccions i argumenteu-les:

- a) Mediatriu d'un segment.
- b) Punt mig de dos punts donats.
- c) Donats una recta r i un punt de la recta P , construir la perpendicular de r que passa per P .
- d) Donats una recta r i un punt exterior a la recta P , construir la perpendicular de r que passa per P .
- e) Donats una recta r i un punt exterior a la recta P , construir la paral·lela a r que passa per P .
- f) Donat un segment de longitud ℓ i un punt P , construir una circumferència de radi ℓ i centre P (traslladar una distància).
- g) Donats tres segments de longituds respectives 1, ℓ_1 i ℓ_2 , construir un segment de longitud:
 - i. $\ell_1 + \ell_2$.
 - ii. $\ell_1 - \ell_2$.
 - iii. $\ell_1 \cdot \ell_2$.
 - iv. ℓ_1/ℓ_2 .
 - v. $\sqrt{\ell_1}$.
- h) Donats dos segments de longituds respectives 1 i $\ell \leq 1$, construir un angle α tal que $\cos \alpha = \ell$.

Indicació. En aquest tema, totes les construccions hauran de ser argumentades: hem d'explicar el procediment per a construir-ho, i haurem d'argumentar per què aquest procediment funciona sempre.

Indicació. Una vegada que ja hem fet construccions bàsiques, les podem reutilitzar per a construir objectes més complexos.

Exercici 6.2. Construeix argumentadament un angle de 90° i un angle de 60° :

Exercici 6.3. Construeix argumentadament, si és possible, una circumferència que passa per tres punts donats.

Indicació. En aquest context, *si és possible* vol dir que haurem d'estudiar en quins casos és possible i en quins casos no, ja que els punts vénen donats.

Exercici 6.4. Divideix un segment donat en tres segments congruents. Argumenta la teva construcció.

Exercici 6.5. Considerem els punts del plà A_1, B_1, C_1 , que determinen l'angle $\angle A_1B_1C_1$. Donats els punts A_2, B_2 , construeix argumentadament un punt C_2 tal que $\angle A_1B_1C_1 = \angle A_2B_2C_2$ (traslladar un angle).

Exercici 6.6. Considerem els punts del plà A_1, B_1, C_1 i A_2, B_2, C_2 , que determinen els angles $\angle A_1B_1C_1$ i $\angle A_2B_2C_2$. Es demana construir argumentadament, si és possible, els punts:

- (a) P_1 , tal que $\angle A_1B_1P_1 = -\angle A_1B_1C_1$;
- (b) P_2 , tal que $\angle A_1B_1P_2 = \angle A_1B_1C_1 \cdot 2$;
- (c) P_3 , tal que $\angle A_1B_1P_3 = \angle A_1B_1C_1 \cdot 1/2$;
- (d) P_4 , tal que $\angle A_1B_1P_4 = \angle A_1B_1C_1 \cdot 4/6$;
- (e) P_5 , tal que $\angle A_1B_1P_5 = \angle A_1B_1C_1 + \angle A_2B_2C_2$.

Exercici 6.7. Donats un segment AB i un angle $\alpha = \angle P_1P_2P_3$, construeix argumentadament l'arc capaç d' AB amb angle α . Podeu utilitzar qualsevol construcció dels exercicis anteriors.

Exercici 6.8. Donades dues circumferències (que poden tenir o no interseccions, i ser interiors o exteriors), construeix argumentadament el seu eix radical. Podeu fer servir el fet de que el centre radical de tres circumferències amb centres no alineats existeix i és únic.

Exercici 6.9. D'un triangle, coneixem dos vèrtex i el seu ortocentre. Construeix argumentadament el tercer vèrtex.

Exercici 6.10. D'un triangle, coneixem dos vèrtex i el seu incentre. Construeix argumentadament el tercer vèrtex.

Exercici 6.11. Es demana:

- (a) Demostrar que a un pentàgon regular, la relació entre la seves diagonals d i el seu costat c és la raó àuria $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

- (b) A partir de les construccions elementals, construir un segment de longitud igual a la raó àuria.
- (c) Utilitzant l'apartat anterior i la construcció coneguda d'una circumferència donats el seu centre i la longitud del seu radi, construir argumentadament un pentàgon regular tal que un dels costats sigui un segment donat.

