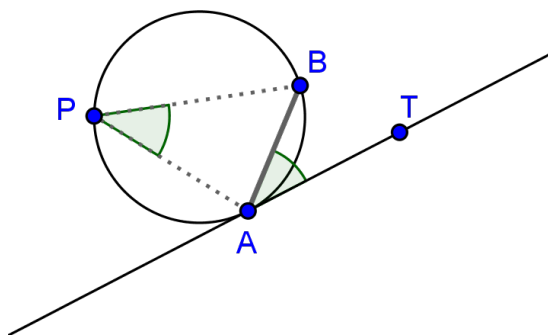


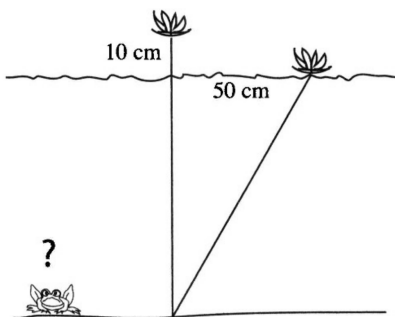
2 Propietats de les Circumferències

Exercici 2.1. En una circumferència traçam dues cordes paral·leles PP' , QQ' . Sigui A un punt de la circumferència que no es troba entre les cordes. Demostreu que els angles $\angle PAQ$ i $\angle Q'AP'$ són congruents.

Exercici 2.2. A la figura, hem traçat un arc AB a la circumferència i una tangent per A . L'angle $\angle TAB$ es coneix com l'angle semi-inscrit. Demostreu que l'angle semi-inscrit $\angle TAB$ és congruent amb l'angle de l'arc capaç, $\angle BPA$.



Exercici 2.3. Un nenúfar flota a un llac de manera que si l'estiram, surt 10 cm de l'aigua; i si el desplaçam per la superfície, podem posar-lo a 50 cm de distància sense rompre el tall. Quina és la profunditat del llac?

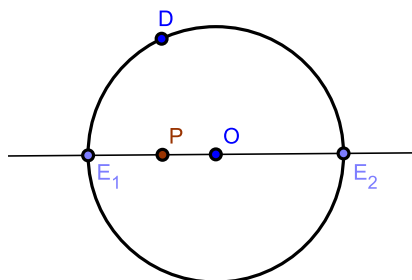


Exercici 2.4. Trobeu l'eix radical de dues circumferències que es tallen en dos punts A i B diferents.

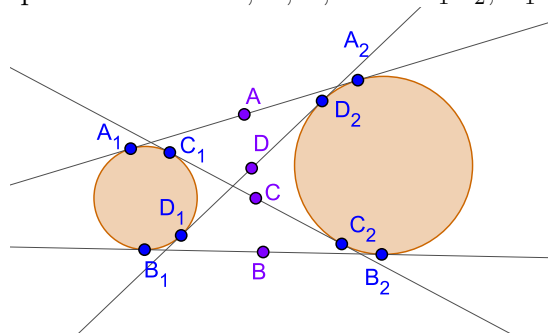
Exercici 2.5. Considerem dues circumferències concèntriques, \mathcal{A} , \mathcal{B} de radis diferents, i una tercera circumferència, \mathcal{S} , secant a les anteriors als punts A_1 , A_2 i B_1 , B_2 respectivament. Demostreu que les rectes A_1A_2 , B_1B_2 són paral·leles.

Indicació: feu servir l'exercici anterior.

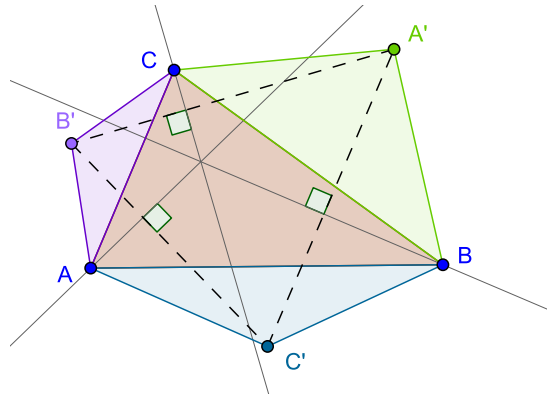
Exercici 2.6. Considerem una circumferència \mathcal{C} amb centre O i diàmetre E_1, E_2 , i un punt D_1 de la circumferència diferent a E_1 i a E_2 . Trobeu tots els punts P sobre la recta E_1E_2 tals que $PE_1 \cdot PE_2 = PD_1^2$.



Exercici 2.7. Donades dues circumferències $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ que no s'intersequen i que són exteriors, existeixen 4 rectes tangents a totes dues. Siguin $A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2$ les rectes tangents, tal i com es mostra a la figura. Demostrar que els punts centrals A, B, C, D de $A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2$ són colineals.

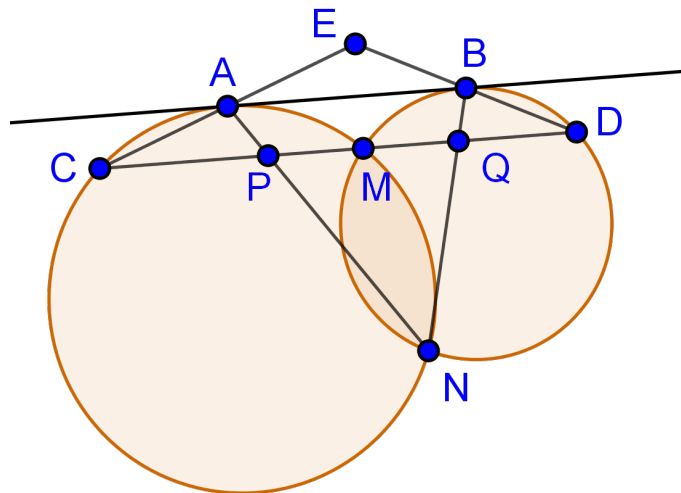


Exercici 2.8. Donat un triangle $\triangle ABC$, construïm un triangle isòsceles exterior a cada un dels costats com es mostra a la figura. Prova que les rectes que passen, respectivament, per A, B, C i que són perpendiculars a $B'C', C'A'$ i $A'B'$ són concurrents.



Exercici 2.9. Considerem dues circumferències que s'intersequen als punts M i N , i sigui AB un segment tangent a les circumferències. Sigui CD una paral·lela a AB per M , i considerem els punts d'intersecció E , P i Q tal i com es mostra a la figura. L'objectiu d'aquest exercici és demostrar que $\overline{EP} = \overline{EQ}$, i ho farem de manera guiada:

- Demostreu que NM interseca AB al seu punt mig.
- Demostreu que el punt mig de PQ és M .
- Demostreu que $\angle EBA = \angle ABM$ i que $\angle BAE = \angle MAB$.
- Demostreu que A i B pertanyen a la mediatriu de E i M .
- Finalment, demostreu que E pertany a la mediatriu de P i Q .



Exercici 2.10. Siguin A i B dos punts no diametralment oposats d'un cercle \mathcal{C} donat i sigui \overline{XY} un diàmetre variable de \mathcal{C} . Determineu el lloc geomètric del punt d'intersecció de les rectes AX i BY .