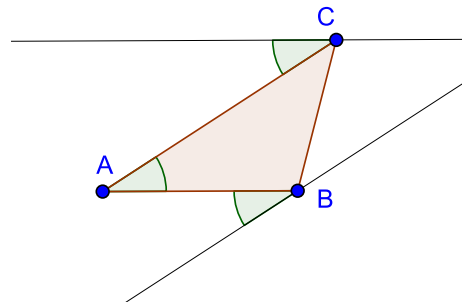


1 Introducció a la Geometria Sintètica

Exercici 1.1. Quant sumen els angles d'un quadrilàter simple? I, en general, els angles interiors en polígons simples de n costats?

Exercici 1.2. Al triangle $\triangle ABC$ de la figura hem traçat una recta paral·lela al costat \overline{AB} per C , i una recta paral·lela a \overline{AC} per B . Demostreu que els tres angles ombrejats són iguals.



Exercici 1.3. Estudieu si els següents són criteris de congruència de triangles:

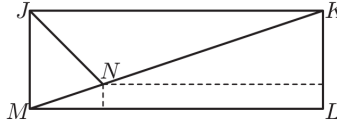
- a) CCA.
- b) CCA, on l'angle conegut és de 90° .
- c) CCA, on el primer costat és més gran que el segon.
- d) AAC.
- e) AAC, on el primer angle és més gran que el segon.

Exercici 1.4. Un triangle isòsceles és, per definició, aquell que té dos costats iguals. Considerem el triangle $\triangle ABC$. Demostreu, utilitzant només les propietats vistes a teoria, que els següents són equivalents:

- i) $\triangle ABC$ és isòsceles.
- ii) $\triangle ABC$ té dos costats iguals.
- iii) $\triangle ABC$ té dos angles iguals.

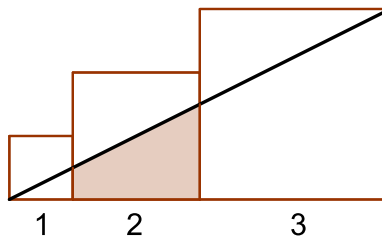
- iv) L'altura d'un vèrtex (recta que passa pel vèrtex i és perpendicular al costat oposat) divideix el triangle en dos triangles congruents.

Exercici 1.5. Al rectangle amb vèrtexs J, K, L, M , la bisectriu de l'angle $\angle KJM$ talla la diagonal \overline{KM} en el punt N (veure la figura). Les distàncies de N als costats \overline{LM} i \overline{KL} són, respectivament, 1 i 8. Quina és la longitud $|\overline{LM}|$?



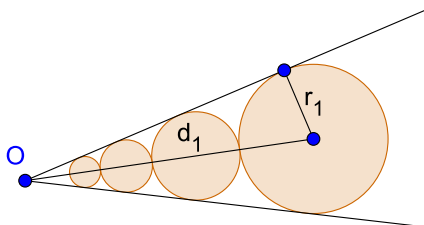
Exercici 1.6. Donats dos triangles, si tots els costats són congruents, aleshores els triangles són semblants. Estudieu si aquesta propietat també és certa per a dos quadrilàters. I per polígons de n costats?

Exercici 1.7. A la figura apareixen tres quadrats de costats 1, 2 i 3 respectivament. Quina és l'àrea del trapezi ombrejat?



Exercici 1.8. Considerem una circumferència de centre O i una recta r tangent a la circumferència pel punt T . Demostreu que r és perpendicular a la recta OR

Exercici 1.9. Dues semirectes no paral·leles tenen l'origen comú al punt O . Se construeixen successivament les circumferències \mathcal{C}_n , tal que \mathcal{C}_n es tangent a les semirectes, tangent exterior a \mathcal{C}_{n-1} i tal que la distància del seu centre a O , d_n , és menor que d_{n-1} , para $n > 1$. Trobau la suma de les àrees dels cercles limitats per totes les circumferències \mathcal{C}_n en funció de r_1 y d_1 .



Exercici 1.10.

- a) Donades dues rectes no paral·leles, considerem totes aquelles circumferències que són tangents a les dues rectes. Trobau el lloc geomètric dels centres d'aquestes circumferències. (És a dir, els punts del pla P tals que existeix al menys una circumferència que té centre en P i que és tangent a les dues rectes.)
- b) Donades tres rectes cap d'elles paral·lela a cap altra, trobar una circumferència que és tangent a les tres rectes simultàneament, si existeix.

Exercici 1.11. Siguin P i O punts fixos. Trobeu el lloc geomètric del simètric de P respecte d'una recta variable per O .

Exercici 1.12.

- a) Donat un segment AB , trobau el lloc geomètric dels punts que es troben a la mateixa distància d' A i de B
- b) Donat un triangle ABC , trobau el lloc geomètric dels punts que es troben a la mateixa distància d' A , de B i de C .